SECRETARÍA DE EDUCACIÓN JALISCO

COORDINACIÓN DE EDUCACIÓN BÁSICA

SEGUNDA OLIMPIADA ESTATAL DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA Y SECUNDARIA

2a OEMEPS 2011

PROBLEMARIO

PRIMARIA

Dirección de Programas de Acompañamiento Pedagógico

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN JALISCO

Directorio

José Antonio Gloria Morales
Secretario de Educación Jalisco

Pedro Díaz Arias
Coordinador de Educación Básica

Roberto Hernández Medina
Director General de Educación Primaria

Gilberto Tinajero Díaz
Director General de Programas Estratégicos

Miguel Ángel Casillas Cerna
Director de Programas de Acompañamiento Pedagógico

Comité Organizador de la Olimpiada

Miguel Ángel Casillas Cerna	Director de Programas de Acompañamiento Pedagógico
Silvia Esthela Rivera Alcalá	Dirección de Programas de Acompañamiento Pedagógico
Ana María Díaz Castillo	Dirección General de Programas Estratégicos
Luis Alejandro Rodríguez Aceves	Dirección de Programas de Acompañamiento Pedagógico
Luis Miguel Ramírez Pulido	Dirección de Programas de Acompañamiento Pedagógico
Olga Godínez Guzmán	Dirección de Secundarias Generales
Juan José Álvarez López	Dirección de Secundarias Técnicas
Giovanni Rico López	Dirección de Telesecundarias
Santos Arreguin Rangel	Dirección General de Educación Primaria
Liliana Lizette López Razcón	Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas

Guadalajara, Jalisco, febrero de 2011.

Índice

Presentación

La Secretaría de Educación Jalisco a través de la Coordinación de Educación Básica, con el propósito de promover el desarrollo de las competencias matemáticas y favorecer el gusto y el interés por las matemáticas en los alumnos de las escuelas primarias y secundarias de la entidad, convoca a la Segunda Olimpiada Estatal de Matemáticas en Educación Primaria y Secundaria 2011 (2a OEMEPS).

La Olimpiada Estatal de Matemáticas en Educación Primaria y Secundaria, es un concurso en el que los alumnos de quinto y sexto grados de primaria y de los tres grados de secundaria, asesorados por sus profesores resolverán en un lapso de tiempo suficiente, problemas que implican razonamiento y creatividad, a la vez que muestran su nivel de desarrollo en las competencias de resolución de problemas de manera autónoma, comunicación de información matemática, validación de procedimientos y resultados, manejo de técnicas con eficiencia, así como es considerado en el Perfil de Egreso de Educación Básica:

> *Competencias para el manejo de la información.* Se relacionan con: la búsqueda, evaluación y sistematización de información; el pensar, reflexionar, argumentar y expresar juicios críticos; analizar, sintetizar y utilizar información; el conocimiento y manejo de distintas lógicas de construcción del conocimiento en diversas disciplinas y en los distintos ámbitos culturales.
> *Plan de Estudios 2006. Secundaria*. México: SEP. Págs. 9-12.

Los alumnos participantes escribirán sus procedimientos de solución y los jueces asignarán puntos según el avance logrado en sus respuestas. Esta jornada de trabajo intenso necesariamente dejará aprendizajes de gran valor a los alumnos y así como desarrollará competencias profesionales a los docentes, como lo refiere Philippe Perrenoud, en el documento denominado *Diez Nuevas Competencias para Enseñar*:

> *Organizar y animar situaciones de aprendizaje.* Se relacionan con: el conocer a través de una disciplina determinada, los contenidos que hay que enseñar y su traducción en objetivos de aprendizaje; trabajar a partir de las representaciones de los alumnos; trabajar a partir de los errores y los obstáculos en el aprendizaje; construir y planificar dispositivos y secuencias didácticas e implicar a los alumnos en actividades de investigación, en proyectos de conocimiento. Philippe Perrenoud. Col. Biblioteca de aula, 196. Ed. Graó. Barcelona, 2007 (5ª edición)

Los estudiantes podrán participar en la categoría y en las etapas que les correspondan de acuerdo con las bases establecidas en la convocatoria respectiva. Pensando en apoyar a los profesores en la preparación de sus estudiantes, que participarán en los distintos momentos de la Olimpiada, se ha elaborado este problemario, en el que se proponen problemas similares a los que los alumnos enfrentarán en cada una de las tres etapas del concurso. Es importante que el maestro dedique un tiempo exclusivo para el trabajo con los alumnos usando el problemario. Se recomienda destinar al menos una hora a la semana. La metodología de trabajo sugerida es la misma que se propone en los programas oficiales de la SEP del 2009, correspondientes a Matemáticas.

En un ambiente de confianza creado por el maestro, los alumnos deberán abordar los problemas con las herramientas personales de que disponen e intentar encontrar en cada problema al menos una solución, para confrontar posteriormente con el resto de sus compañeros los resultados a los que lleguen, justificando y argumentando paso a paso cada una de las respuestas dadas a los cuestionamientos que se les plantean. Con la finalidad de favorecer la consistencia y claridad en la argumentación que hagan los alumnos, es importante que el profesor les solicite escribir todas las ideas que se les ocurran durante el proceso de resolución, independientemente de si los llevaron o no a la solución final.

El profesor previamente deberá resolver los problemas que propondrá en la sesión de trabajo o revisar las soluciones que se proponen en este problemario y presentar al menos una solución en el caso de que los alumnos no logren encontrar alguna. Además, es necesario que durante la confrontación de soluciones, organice los diferentes resultados a los que arriben sus estudiantes, aproveche el momento para hacer las precisiones convenientes en cuanto a conceptos, definiciones o repaso de algoritmos que hayan sido necesarios en la resolución o hayan representado alguna dificultad para los estudiantes.

Algunos de los problemas incluidos en este cuadernillo formaron parte de los exámenes aplicados en las distintas etapas de la Primera Olimpiada Estatal de Matemáticas de Educación Primaria y Secundaria, en el ciclo escolar 2009 - 2010, mismos que a su vez fueron tomados principalmente de los Calendarios Matemáticos 2007 - 2008 y 2009 - 2010, de boletines “Un reto más” y de algunos exámenes y problemarios de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (ANPM), Delegación Jalisco.

En la selección y edición de los problemas participaron: María Eugenia Guzmán Flores, Julio Rodríguez Hernández, César Octavio Pérez Carrizales, Christa Alejandra Amezcua Eccius, José Javier Gutiérrez Pineda, Pedro Javier Bobadilla Torres, Pablo Alberto Macías Martínez, Luis Miguel Ramírez Pulido y Luis Alejandro Rodríguez Aceves.

INSTRUCTIVO DE PROCEDIMIENTOS

a. El examen que se aplicará en cada una de las etapas consta de cinco problemas el cual se podrá resolver hasta en cuatro horas.

b. Cada problema tendrá un valor de 7 puntos, distribuidos de la siguiente manera: dos puntos por el resultado correcto del problema y hasta cinco puntos más por los procedimientos de solución utilizados. Estos cinco puntos se asignarán de acuerdo con el grado de desarrollo de las competencias matemáticas (resolución de problemas de manera autónoma, comunicación de información matemática, validación de procedimientos y resultados, manejo de técnicas con eficiencia) mostrado en sus procedimientos de solución y tomando como base los criterios de evaluación de cada problema del examen, mismos que serán definidos antes de la aplicación.

c. Como identificador de cada examen sólo se utilizará la clave de participación del alumno que lo resuelve, asignada en su ficha de inscripción. Los evaluadores no deben conocer la identidad del alumno que se evalúa.

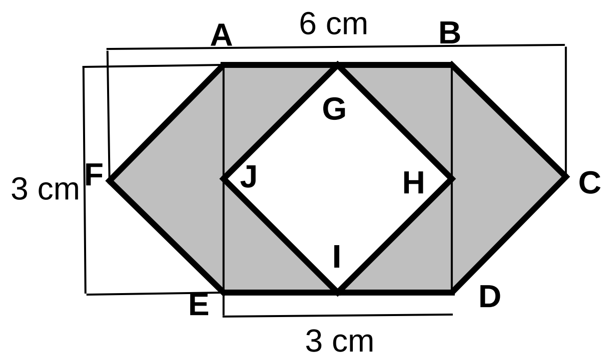
d. Los problemas del examen deberán ser evaluados por un jurado integrado al menos por cinco profesores destacados de la asignatura.

e. Cada uno de los miembros del jurado evaluará un máximo de dos problemas y cada problema deberá ser evaluado al menos por dos jueces. Por ejemplo si se dispone del mínimo de jueces (5) y los llamamos A, B, C, D y E, los cinco problemas del examen pueden ser evaluados así: juez A: problemas 1 y 2; juez B: problemas 2 y 3; juez C: problemas 3 y 4; juez D: problemas 4 y 5 y juez E: problemas 5 y 1.

Problemas

1. La señora Núñez repartió 17 chocolates entre sus hijos. A cada una de las niñas les dio cuatro chocolates, mientras que a los niños les dio solamente tres. ¿Cuántos hijos (niños y niñas) tiene la señora Núñez?

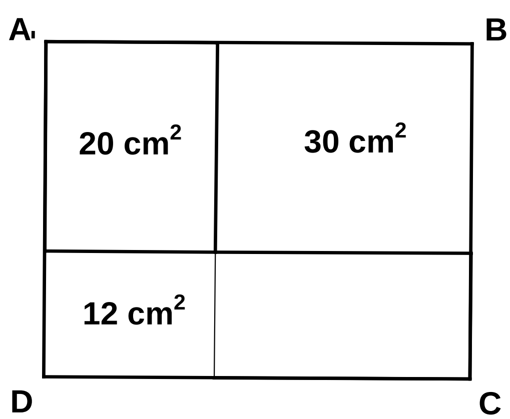
2. Si **G**, **H**, **I** y **J** son los puntos medios de los lados de **ABDE**, y la distancia **FJ** es la misma que la distancia **HC**. ¿Cuánto mide el área de la parte sombreada?



3. Usando un reloj de arena de siete minutos y otro de once minutos ¿Cuál es la manera más sencilla de medir quince minutos necesarios para hervir un huevo?

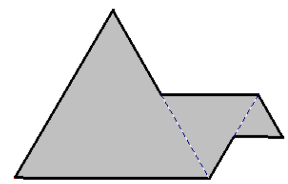
4. Cinco niños juegan a las escondidas en el patio de su escuela, cuatro se esconden y otro los busca. En ese patio hay sólo 3 escondites, los que diario usan: atrás del árbol, atrás del bote de basura y bajo la banca (en donde caben dos niños), Les toca esconderse a Ana, Beto, Carlos y David. ¿De cuántas formas distintas se pueden repartir en los escondites?

5. Un rectángulo **ABCD** es dividido en cuatro rectángulos como se muestra en la figura. Las áreas de tres de ellos son las que están escritas dentro (no se conoce el área del cuarto rectángulo), ¿Cuánto mide el área del rectángulo **ABCD**?

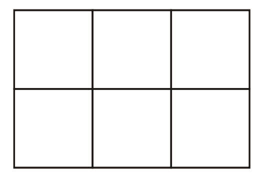


6. Ana y Mateo se están repartiendo una bolsa de dulces. Se la van a repartir de la siguiente manera: Primero Mateo toma un dulce; Ana toma dos; Mateo toma tres; Ana toma cuatro. Así sucesivamente cada uno toma un dulce más del que tomó el anterior. Ana es la última que toma dulces y la bolsa queda entonces vacía. Ana tiene 20 dulces más que Mateo. ¿Cuántos dulces contenía la bolsa?

7. El triángulo equilátero grande tiene 48 cm de perímetro. El perímetro del segundo triángulo es la mitad de primero y el perímetro del tercero es la mitad del segundo. ¿Cuál es el perímetro de la figura sombreada?



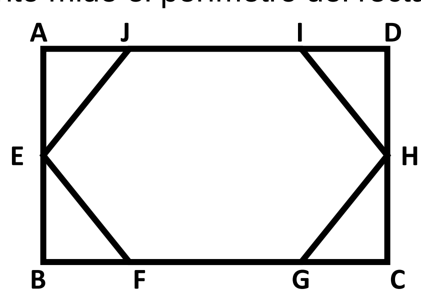
8. La abuela guarda bolsitas de té en una caja con 6 casillas como la que muestra la figura. Tiene 6 variedades de te: Negro, Verde, Manzanilla, Hierbabuena, Canela y Limón. Pone cada variedad en una casilla, y nunca pone el Negro y el Verde en las casillas de en medio ni en casillas vecinas. ¿De cuántas maneras distintas puede acomodar las 6 variedades de té en la caja?



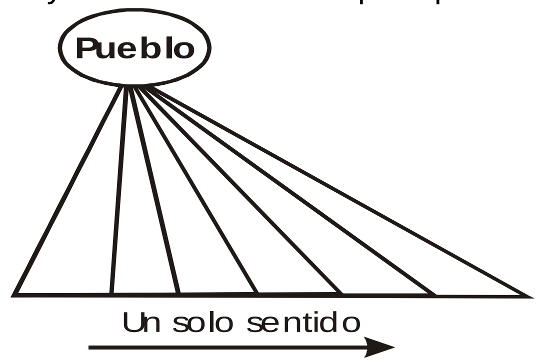
9. Un artesano vende el par de aretes en $20 y las pulseras a $30 cada una. También tiene una oferta especial: vende un juego de un par de aretes y una pulsera en $40. El sábado el artesano vendió 72 pulseras, algunas en los juegos y otras sueltas y 80 pares de aretes, algunos en los juegos y otros sueltos. El sábado vendió 52 juegos de oferta. ¿Cuánto dinero se llevó el artesano ese día por el total de las ventas?

10. ¿Cuántos triángulos isósceles distintos se pueden formar, de tal manera que las longitudes de sus lados sean números enteros y su perímetro sea 25?

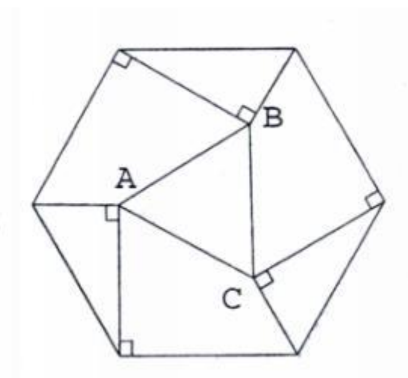
11. El hexágono E F G H I J tiene todos sus lados iguales y el perímetro igual a 90. Los cuatro triángulos son iguales; DC = 18 y H es el punto medio. Si el perímetro de cada triángulo es igual a 36, ¿cuánto mide el perímetro del rectángulo ABCD?



12. Alberto está entrenando para un campeonato de ciclismo. Cada mañana sale de su pueblo tomando uno de los 7 caminos secundarios que hay hacia la carretera principal. Los caminos secundarios son de doble sentido (puede ir y regresar por ellos). El camino principal es de un solo sentido (sólo puede avanzar en una dirección). Una vez en el camino principal recorre una parte y regresa por un camino secundario, diferente al que tomó al inicio. Si una ruta consiste en salir del pueblo por un camino secundario, recorrer parte del camino principal y regresar por un camino secundario diferente ¿Cuántas rutas diferentes puede hacer Alberto?



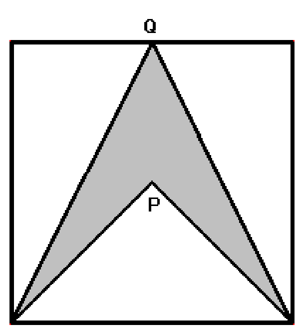
13. En la figura siguiente, ¿qué fracción del área del hexágono regular representa el área del triángulo ABC?



14. Se tiene que llenar la siguiente cuadrícula con los números del 1 al 5, de tal forma que cada número aparezca únicamente una vez en cada columna y en cada renglón. Completa los números que faltan en la cuadrícula. ¿Cuál es el número que va en el centro de la cuadrícula?

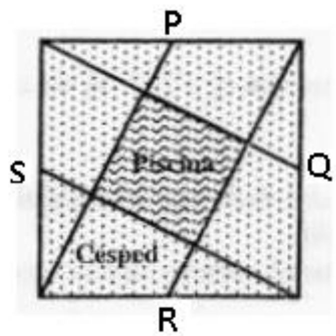
	5		4	
5			3	2
1	3			
		5		
				3

15. Si el lado del cuadrado mide 4 cm, P es su centro y Q el punto medio del lado. ¿Cuál es la superficie de la región sombreada?



16. Numeré 2010 tarjetas del 1 al 2010 y quité aquéllas que terminaban con 7. Después volví a numerar las que me quedaban y por último quité las que terminaban en 3. Al final, ¿cuántas tarjetas me quedaron?

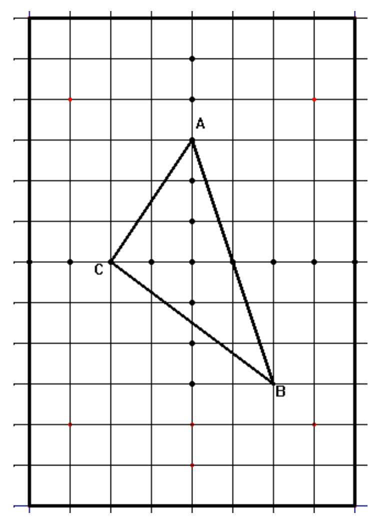
17. Tenemos una piscina cuadrada rodeada de césped, como muestra el dibujo. Si P, Q, R y S son los puntos medios de los lados del cuadrado grande y cada uno de estos lados mide 10 metros, calcula el área de la piscina.



18. Cuando se escriben los números: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,... ¿Cuál es el dígito que ocupa la posición 2002? Nota: en la lista anterior el dígito siete (de 17) ocupa la posición 25.

19. Al detective O'Thales le han enviado en un microfilm un mensaje con la clave para abrir la caja fuerte donde se encuentran los documentos secretos. El mensaje dice lo siguiente: "La clave es el menor número que se puede dividir exactamente por todos los números del 1 al 9." ¿Cuál es el número de la clave que tendría que utilizar el detective?

20. Calcula el área del triángulo ABC. (Un cuadrito es 1 unidad de área).

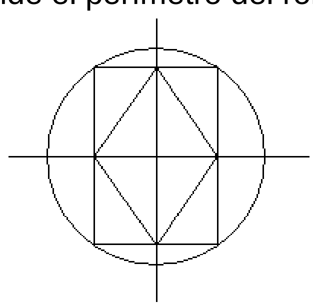


21. ¿Qué fracciones se deben quitar de la suma

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}$$

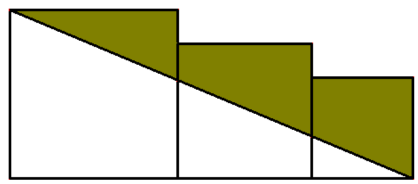
para que la suma de las fracciones restantes sea igual a 1? Encuentra todas las posibilidades.

22. En una circunferencia hemos inscrito un rectángulo y en él un rombo, tomando los puntos medios de los lados del rectángulo. Si el diámetro del círculo es de 10 cm, ¿cuánto mide el perímetro del rombo?



23. Una línea de camiones ha decidido premiar con pasaje gratis a todos las personas que la suma de las cifras del número que aparece en su boleto de camión sea 21. La promoción durará sólo por el mes de Marzo, así que mandaron imprimir boletos que van del 1 al 2000. ¿Cuántos boletos de éstos darán pasaje gratis a los usuarios?

24. Tres cuadrados con lados de longitudes 10 cm, 8 cm y 6 cm respectivamente, se colocan uno al lado del otro. ¿Cuál es el área de la parte sombreada? (Primaria)



25. Si las primeras cuatro figuras de una secuencia son:

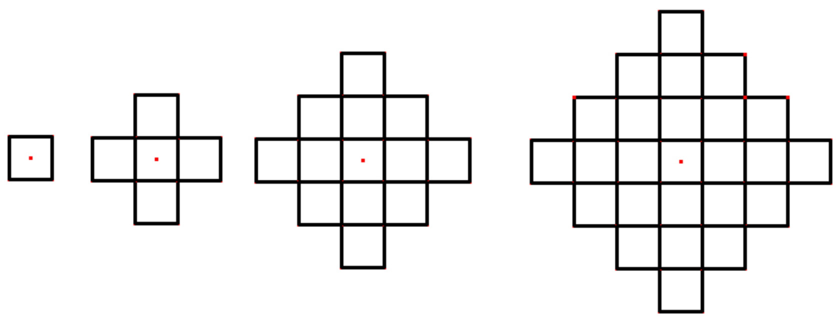


Fig. 1 *Fig. 2* *Fig. 3* *Fig. 4*

¿Cuántos cuadraditos hay en la figura 20?

26. En una noche de mucho trabajo, un valet parking estacionó 320 coches. El 20% de los clientes le dio $10 de propina, la mitad del 50% de los que quedaban le dio $20 y el resto no le dio nada ¿Cuánto ganó? (Primaria)

27. Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 en amarillo y 30 en rojo, y sigue el orden verde-amarillo-rojo-verde-amarillo-rojo. Si a las 7:00 a.m. cambia de rojo a verde, ¿de qué color estará a las 2:34 p.m.? (Primaria)

28. El primer “panal” está formado por 7 hexágonos y 30 palitos, el segundo por 12 hexágonos y 49 palitos, ¿Cuántos palitos necesitarás para formar un “panal” de 37 hexágonos? (Primaria)

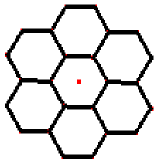


Fig. 1

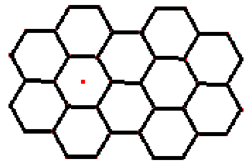


Fig. 2

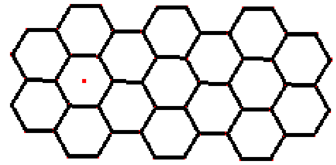
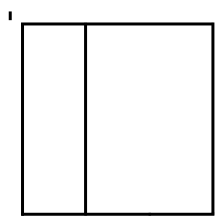


Fig. 3

29. Una caja contiene 20 pelotas amarillas, 9 rojas y 6 azules. Si las pelotas son seleccionadas al azar, ¿cuál es el menor número de pelotas que necesitas sacar de la caja para asegurar que tienes al menos dos pelotas de cada color? (Primaria)

30. Tenemos tres piezas de cartulina de forma rectangular. Si las coloco de la forma que indica la figura, obtengo un cuadrado que tiene 24 centímetros de perímetro.
Colocándolas de otra manera, sin superponerlas, obtengo un rectángulo. ¿Cuál sería el perímetro de ese rectángulo?



Soluciones

1. Se sabe que a las niñas les tocaron 4 chocolates en tanto que a los niños sólo 3. Se sabe además que el total de chocolates es 17. Las cantidades tanto de las niñas como de los niños deben ser números enteros porque no tendría sentido hablar de cantidades fraccionarias de niño(a)s. Analicemos los casos:

   Supongamos que sólo hubiera 1 niña. Se le habrían dado 4 de los 17 chocolates quedando 13 por repartir, entonces la cantidad de niños multiplicada por los 3 chocolates que les tocan debería dar 13, pero no hay ningún número entero que cumpla esta condición y por lo tanto, no puede ser sólo 1 niña.

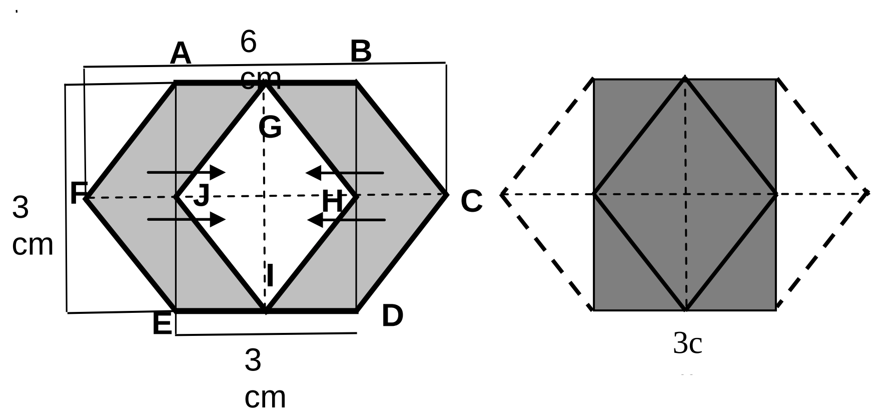
   Si pensamos que son 2 niñas, para éstas se usarían 4X2=8 de los 17 chocolates, quedando 9 por lo que únicamente 3X3=9 cumple con el reparto de los chocolates. Si suponemos que son 3 niñas, la cantidad de chocolates requerida sería 12 quedando 5 para repartir entre los niños haciendo el reparto de 3 a cada 1 imposible. Algo similar ocurre si pensamos que la cantidad de niñas es 4 así necesitándose en esta caso 4X4=16 de los 17 chocolates restando 1 para hacer impensable el reparto de 3 chocolates para cada niño, así que tendrían que necesariamente son 2 niñas y 3 niños siendo este el único caso que permite hacer el reparto en las condiciones establecidas.

2. Una posible forma de resolver es la siguiente:

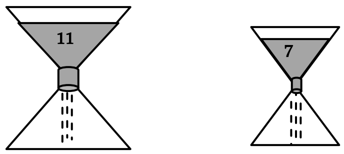
   Los triángulos AJF y AGJ tienen la misma área. Lo mismo se tiene con los triángulos BHC y BGH; EJF y EIJ y finalmente con DHC y DIH. Y todos entre sí tienen también la misma área por ser sus bases y alturas iguales. Trasladando los triángulos AJF, BHC, EJF y DHC hacia el interior del cuadrado GHIJ podemos cubrirlo totalmente, quedando la parte sombreada transformada en el cuadrado ABDE, cuyo lado mide 3cm y su área 9cm^2. Así que el área de la parte sombreada es igual 9cm^2.

   Otra manera de resolver consiste en observar que la parte sombreada está compuesta por 8 triángulos que tienen exactamente las mismas medidas en sus bases y sus alturas: 1.5 cm y 1.5 cm y por lo tanto sus áreas son iguales, (1.5 cm X 1.5 cm)/2 = 1.125 cm^2.

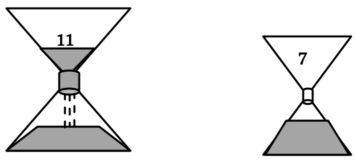
   Así que el área de la parte sombreada es igual 8 X 1.125 cm^2= 9 cm^2.



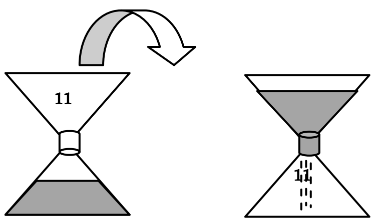
3. Una forma puede ser la siguiente:



Se Ponen a funcionar los 2 relojes de arena al mismo tiempo.

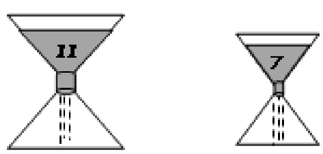


Cuando se acaba la arena del reloj de 7 minutos, en el de 11 aún quedan 4 minutos. Así que aquí inicia el conteo para los 15 minutos necesarios para cocer el huevo.

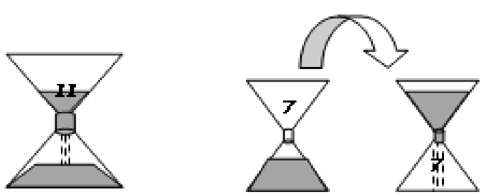


Cuando se termina de vaciar la arena del reloj de 11 minutos habrán transcurrido los primeros 4 minutos de cocción del huevo y para completar los 15 que son necesarios, sólo volteamos este mismo reloj para que se vacíe y mida los 11 minutos restantes.

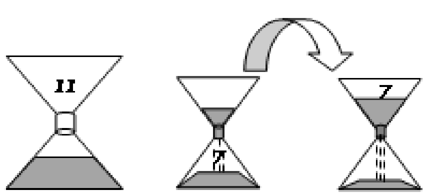
Otra solución:



1. Se colocan los dos relojes al mismo tiempo.



2. Se termina el reloj de 7 minutos y se voltea, para lo cual en el de 11 min le quedan 4 minutos por correr.

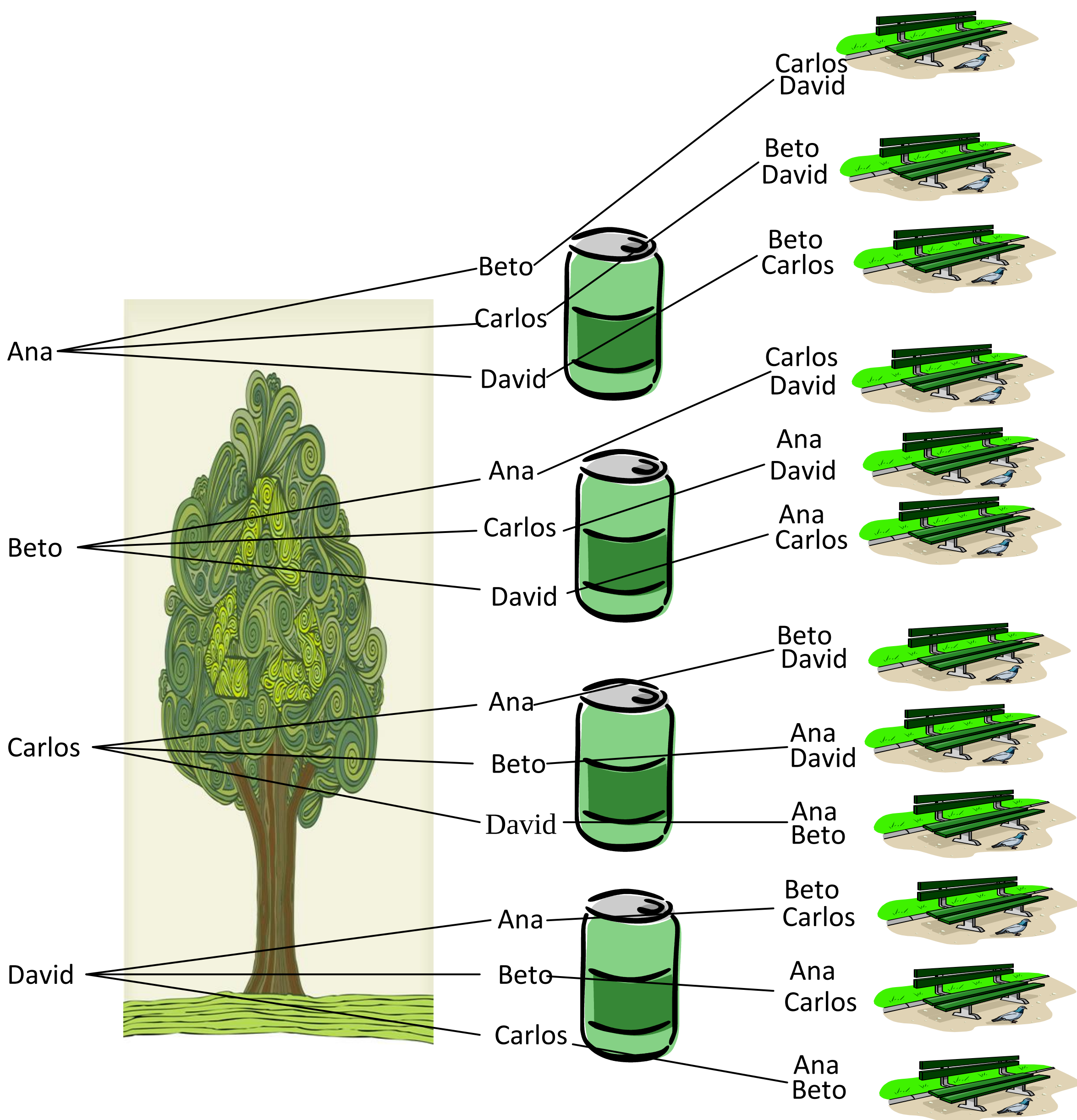


3. Se deja que corran los 4 minutos del reloj de 11 y el de 7 desde el principio.

4. Se terminan los 4 minutos del reloj de 11 y se voltea nuevamente el de 7. Al terminar de vaciarse éste último, habrán transcurrido los 15 minutos que se querían medir.

NOTA: COMO HASTA EL COMIENZO DEL PASO 4 HAN TRANSCURRIDO 11 MINUTOS, LOS DEL RELOJ DE 11 Y EN EL RELOJ DE 7 SE HAN CONSUMIDO 4 DE LOS 7 MINUTOS. AL DARLE VUELTA AL DE 7 Y DEJARLO FUNCIONANDO, MEDIRÁ EXACTAMENTE LOS 4 MINUTOS QUE COMPLETAN LOS 15 MINUTOS QUE QUERÍAMOS MEDIR.

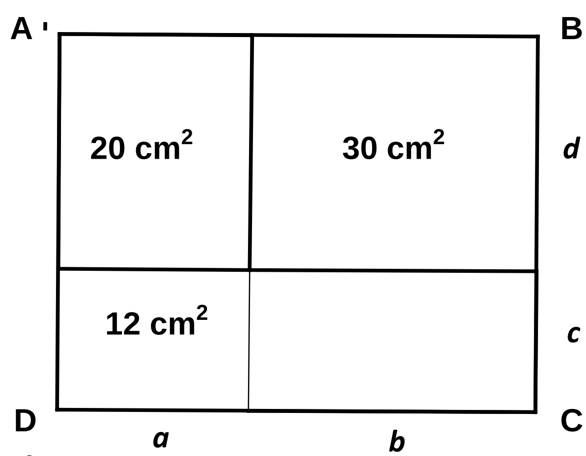
4. Una posible forma es la que sigue: Se tienen 3 escondites posibles (el árbol, el bote y la banca) donde pueden esconderse 4 niños, en el entendido de que en uno de ellos (la banca) caben dos niños. Detrás del árbol puede esconderse cualquiera de los 4 niños, por lo que este puede ocuparse de 4 maneras diferentes. Una vez ocupado el árbol de esas 4 maneras posibles, atrás del bote sólo pueden esconderse cualquiera de los 3 niños restantes, por lo que considerando estas 3 formas de ocupar el bote para cada una de las 4 maneras de ocupar el árbol, se tienen 12 posibles formas diferentes de ocupar el árbol y el bote. Finalmente y tomando en cuenta que dos niños están escondidos uno detrás del árbol y otro atrás del bote, en la banca sólo pueden esconderse los dos niños restantes. Así que la banca puede ocuparse de 1 sola manera. Por lo que las formas distintas de esconderse detrás del árbol, atrás del bote y debajo de la banca son: 3X4X1= 12. Si Ana, Beto, Carlos y David el siguiente diagrama de árbol nos permite determinar éstas maneras:



No.	Detrás del árbol	Atrás del bote	Debajo de la banca
1	Ana	Beto	Carlos y David
2	Ana	Carlos	Beto y David
3	Ana	David	Beto y Carlos
4	Beto	Ana	Carlos y David
5	Beto	Carlos	Ana y David
6	Beto	David	Ana y Carlos
7	Carlos	Ana	Beto y David
8	Carlos	Beto	Ana y David
9	Carlos	David	Ana y Beto
10	David	Ana	Beto y Carlos
11	David	Beto	Ana y Carlos
12	David	Carlos	Ana y Beto

5. Una forma de resolver puede ser la siguiente:

Designemos con ***a***, ***b***, ***c*** y ***d*** las dimensiones de los rectángulos en que está dividido el rectángulo ***ABCD*** del cual se quiere calcular el área. Para ello hay que investigar las medidas ***a, b, c*** y ***d*** sabiendo que ***a x d*** = 20 cm^2, ***b x d*** = 30 cm^2, ***a x c = 12*** cm^2 y ***b x c***= ?.



Como ***a x d*** = 20 cm^2, ***a*** puede ser 20, 1, 10, 2, 5 ó 4 y ***d*** puede ser 1, 20, 2, 10, 4, ó 5, porque 20 X 1 = 1 X 20 = 10 X 2 = 2 X 10 = 5 X 4 = 4 X 5 = 20.

Pero como ***a x c*** = 12 cm^2, de los valores anteriores ***a*** sólo podría ser 2 ó 4, correspondiendo a ***d*** valer 10 ó 5 porque y 2 X 10 = 20 4 X 5=20 y a ***c*** 6 ó 3 porque 6 X 2 = 12 y 4 X 3 = 12.

Pero como además ***b x d*** = 30 cm^2, ***b*** sólo puede valer 3 ó 6 correspondientes valores de ***d*** 10 y 5 de tal manera que se cumpla que 3 X 10 = 30 ó 6 X 5 = 30.

Así que hay dos posibilidades para las medidas de ***a***, ***b***, ***c*** y ***d***:

1) ***a*** = 2 cm   ***b*** = 3 cm   ***c*** = 6 cm   ***d*** = 10 cm.

En este caso la base del rectángulo ***ABCD*** sería a + b = 2 cm + 3 cm = 5 cm y su altura c + d = 6 cm + 10 cm = 16 cm, por lo que el área del rectángulo sería igual a 5 cm X 16 cm = 80 cm^2.

2) ***a*** = 4 cm ***b*** = 6 cm ***c*** = 3 cm ***d*** = 5 cm.

En esta segunda situación la base del rectángulo ***ABCD*** sería ***a + b = 4 cm + 6 cm = 10 cm*** y su altura ***c + d = 3 cm + 5 cm = 8 cm***, por lo que el área del rectángulo sería igual a 10 cm X 8 cm = 80 cm^2, que es el mismo resultado obtenido anteriormente.

Por lo tanto el área del rectángulo ***ABCD*** es 80 cm^2.

Otra posible forma de abordar la solución del problema es la siguiente:

Si designamos con x el área del rectángulo de dimensiones b x d, se tenemos que 20 cm2 = a x d 30 cm2 = b x d y 12 cm2 = a x c x = b x c

Observemos que $\frac{a\times d}{b\times d}=\frac{a}{b}\times 1=\frac{a}{b}$ y $\frac{a\times c}{b\times c}=\frac{a}{b}\times 1=\frac{a}{b}$

De aquí que $\frac{a\times d}{b\times d}=\frac{a\times c}{b\times c}$ y entonces $\frac{20\ cm^2}{30cm^2}=\frac{12cm^2}{x}$.

Así que $x=\frac{30cm^2\times 12cm^2}{20cm^2}=\mathbf{18cm^2}$.

De donde el área del rectángulo ***ABCD*** es igual a

20 cm^2 + 30 cm^2 + 12 cm^2 + 18 cm^2 **= 80 cm^2.**

6. Una forma de resolverlo podría ser la siguiente:

De acuerdo con las reglas para tomar los dulces, podemos escribir el reparto hecho en una tabla y registrar además la diferencia de dulces que hay entre *Ana y Mateo en cada* tomada *y la diferencia acumulada.*

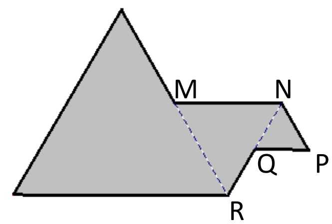
Tomadas	*1ª*	*2ª*	*3ª*		*19ª*	*20ª*
Ana	*2*	*4*	*6*	*…*	*38*	*40*
Mateo	*1*	*3*	*5*	*…*	*37*	*39*
Diferencia cada vez	*1*	*1*	*1*	*…*	*1*	*1*
Diferencia acumulada	*1*	*2*	*3*	*…*	*19*	*20*

En la tabla vemos que el número de tomadas coincide con la diferencia acumulada, de aquí que si al final Ana tiene 20 dulces más que Mateo, significa que las veces que tomaron dulces uno y otro fueron también 20 y podemos concluir que a Mateo le tocaron 1 + 3 + 5 + …+ 37 +

39 = 400 dulces mientras que a Ana le correspondieron 2 + 4 + 6 + … + 38 + 40 = 420 dulces. Así que en la bolsa había 400 + 420 = 820 dulces.

Si se observa, la cantidad de dulces que había en la bolsa se determina a partir de lo que le tocó a Mateo y a Ana, esto es: (1 + 3 + 5 + …+ 37 + 39) + (2 + 4 + 6 + … + 38 + 40) = 1 + 2 + 3 + … + 39 + 40 = 820 dulces. Como se ve se trata en realidad de la suma de todos los números naturales consecutivos desde el 1 hasta el 40. Esta suma se puede calcular también, pero de forma más rápida, multiplicando el último número de la suma (40) por el siguiente (41) y dividiendo entre 2: (40 X 41) / 2 = 820. 1)

7. Una manera de pensar la solución del problema puede ser la siguiente: el perímetro de la figura sombreada es igual a la suma del perímetro triángulo grande (MN = MR) y las longitudes uno de los lados del triángulo mediano (NP = NQ) y uno del triángulo pequeño. Como el perímetro del triángulo mediano es la mitad del grande, su lado mide: 24 / 3 = 8 cm. El perímetro del triángulo pequeño es la mitad del mediano, entonces su lado mide 12 / 3 = 4 cm. Así que el perímetro de la figura sombreada es igual a: 48 + 8 + 4 = 60 cm.



8. Para resolver de alguna forma, comencemos acomodando primero los sabores que tienen restricción: tanto el té negro como el verde sólo pueden ir en las 4 casillas de la esquina. Si empezamos poniendo el té negro, por ejemplo, existen 4 formas para hacerlo, justamente las cuatro esquinas de la caja:

N		

		N

		N

N		

Acomodado el negro, si enseguida hacemos lo mismo con el verde y dado que no puede ir de vecino con el negro, para cada una de las cuatro posibilidades del negro, sólo podemos ponerlo en dos de las tres esquinas restantes:

N		*V*

V		*N*

V		
		N

		V
N		

N		
		V

		N
V		

V		*N*

N		*V*

Por lo que tendríamos 4 X 2 = 8 maneras de acomodar el té negro y el té verde.

Como los demás sabores no tienen restricciones de acomodo, ocupados dos de los 6 espacios disponibles en la caja, el siguiente sabor, por ejemplo, manzanilla, para cada uno de los ocho acomodos del negro y del verde tendría 4 formas distintas de ponerse, es decir, serían en total 8 X 4 = 32 maneras diferentes de colocar juntos los sabores negro, verde y manzanilla.

Ocupados tres de los 6 lugares de la caja, para el siguiente sabor por ejemplo, hierbabuena, para cada uno de los 32 acomodos del negro, verde y manzanilla, se tendrían 3 formas diferentes de acomodarlo, o sea, 32 X 3 = 96 maneras distintas de poner juntos estos 4 sabores.

Puestos ya cuatro sabores en cuatro de los 6 espacios disponibles en la caja, para cada uno de los 96 acomodos distintos, el siguiente sabor, por ejemplo, canela, tendría nada más 2 maneras de colocarse, en total 96 X 2 = 192 formas diferentes de poner 5 sabores juntos.

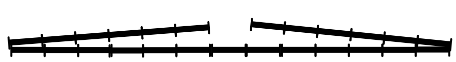
Finalmente ocupados 5 de los 6 lugares de la caja, para cada uno de los 192 acomodos únicamente queda 1 forma de acomodar el último sabor, por ejemplo, limón. Por lo que los seis sabores juntos se pueden poner de 192 X 1 = 192 maneras distintas.

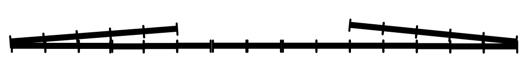
9. Una forma de resolver puede ser ésta:

El total de ventas es igual a lo obtenido por los aretes y las pulseras que se vendieron por separado más lo obtenido por los juegos de aretes y pulseras. Se sabe que vendió 52 juegos de aretes y pulseras a $40 cada uno, así que de esto obtuvo 52 X $40 = $2080. Se menciona además que los pares de aretes vendidos fueron 80 y 52 de ellos se vendieron en los juegos, esto quiere decir que los pares de aretes sueltos vendidos fueron 80 – 52 = 28 obteniendo por ellos 28 X $20 = $560. También se dice que las pulseras vendidas fueron 72 y 52 de ellas en los juegos, lo cual significa que vendió 72 – 52 = 20 pulseras sueltas a $30 cada una, obteniendo por ellas 20 X $30 = $600.

Finalmente la venta obtenida por el artesano ese día fue $2080 + $560 + $600 = $3240.

10. Podemos comenzar probando formar todas las ternas de números de tal manera que dos de ellos sean iguales y uno diferente y que la suma de los tres sea 25: (1, 1, 23), (2, 2, 21), (3, 3, 19), (4, 4, 17), (5, 5, 15), (6, 6, 13), (7, 7, 11), (8, 8, 9), (9, 9, 7), (10, 10, 5), (11, 11, 3) y (12, 12, 1). Sin embargo no todas las ternas de números formadas permiten construir un triángulo isósceles con esas medidas, por ejemplo con las medidas de las ternas (6, 6, 13) y (5, 5, 15) resulta imposible construir el triángulo:





y lo mismo sucede con las ternas: (1, 1, 23), (2, 2, 21), (3, 3, 19), (4, 4, 17), con lo que concluimos que los triángulos isósceles distintos que se pueden formar de tal manera que las longitudes de sus lados sean números enteros y con perímetro igual a 25 son: (7, 7, 11), (8, 8, 9), (9, 9, 7), (10, 10, 5), (11, 11, 3) y (12, 12, 1) y en total son 6.

11. Una manera de pensar la solución es:

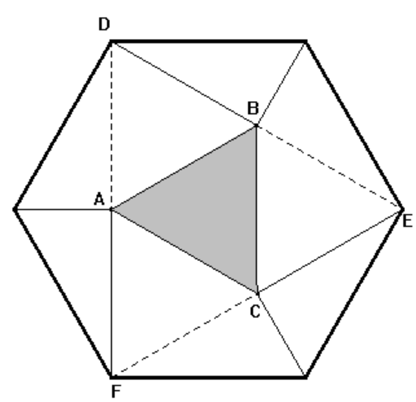
    Si el hexágono tiene perímetro igual a 90 y todos sus seis lados son iguales, cada uno de ellos mide 15. Puesto que H es el punto medio de DC = 18 y que los cuatro triángulos son iguales resulta que DH = HC = AE= EB = 18 / 2 = 9. Ahora bien, cada triángulo tiene perímetro igual a 36, así que ID = GC = BF = AJ = 36 – (9 + 15) = 36 – 24 = 12. Pero AD = BC = AJ + JI + ID = 12 + 15 + 12 = 39. Entonces el perímetro del rectángulo ABCD es igual 2(AD + DC) = 2 (39 + 18) = 2 (57) = 114.

    4 X 36 – 2 X (90/6) = 144 – (2 X 15) = 144 – 30 = 114

12. Podemos comenzar a resolver el problema observando que si Alberto toma el primer camino secundario (de izquierda a derecha) y se incorpora a la carretera principal, puede avanzar en ella hacia la derecha (es el sentido de la carretera), hasta llegar al entronque con el segundo camino secundario y regresar por él ya que los caminos secundarios son de doble sentido. Entonces tiene la primera ruta. Pero iniciando también en el primer camino secundario, igual puede avanzar hasta el entronque del tercer, cuarto, quinto, sexto o séptimo caminos secundarios y regresar también por éstos. Así que empezando en el primer camino secundario puede hacer seis rutas distintas.

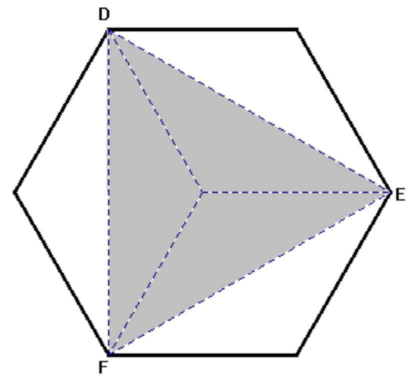
    Si ahora empieza en el segundo camino secundario, dado que en la carretera principal sólo avanza hacia la derecha, puede hacer el regreso por el tercer, cuarto, quinto, sexto y séptimo caminos secundarios, teniendo entonces 5 rutas distintas más. De manera similar desde el tercer camino secundario puede hacer 4 rutas diferentes; desde el cuarto, 3; desde el quinto, 2; desde el sexto, 1 y desde el séptimo, 0. Así que el total de rutas diferentes que Alberto puede hacer son: 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21.

13. Una manera de resolverlo podría ser la siguiente:

    Si redibujamos la figura completando las diagonales FD, DE y EF del hexágono podemos observar que el área del triángulo ABC es la cuarta parte del triángulo FDE.

    Si después redibujamos la figura solamente con el triángulo FDE en el hexágono regular y unimos los vértices de este triángulo con el centro de la figura (para encontrar el centro de la figura sólo se tienen que prolongar dos diagonales cualesquiera del hexágono regular que lo dividan a la mitad), *es posible notar que el área del triángulo FDE es exactamente la mitad del área del hexágono regular (en la segunda figura redibujada el hexágono regular queda dividido en 6 triángulos iguales de los cuales 3 de ellos forman el triángulo FDE: 3/6 = 1/2). Así que si el área del triángulo ABC es la cuarta parte del área del triángulo FDE y éste tiene la mitad del área del hexágono regular, el área del triángulo ABC es la octava parte del área del hexágono regular: 1 / 4 de 1 / 2 es igual a 1 / 8.*



14. Solución: Se puede comenzar por deducir que en la casilla de la esquina superior derecha no puede ir ningún otro número más que el 1, ya que cada número sólo debe aparecer una vez en cada renglón y en cada columna y en el primer renglón (de arriba hacia abajo) ya se encuentran el 4 y el 5 y en la última columna (de izquierda a derecha) ya se encuentran el 2 y el 3. Quedando la tabla así:

	5		4	1
5			3	2
1	3			
		5		
				3

En la columna donde colocamos el 1, quedan dos casillas por cubrir: la tercera y la cuarta (de arriba hacia abajo), donde deben acomodarse el 3 y el 5. El 5 necesariamente debe ir en la tercera casilla porque si lo pusiéramos en la cuarta, se estaría repitiendo con el 5 que aparece en el cuarto renglón, de tal suerte que con esto completamos la última columna:

	5		4	1
5			3	2
1	3			5
		5		4
				3

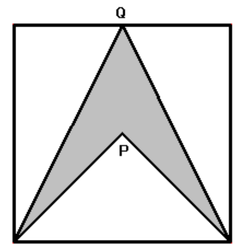
Razonando de manera similar es fácil ver que la tabla completa queda así:

2	5	3	4	1
5	4	1	3	2
1	3	4	2	5
3	2	5	1	4
4	1	2	5	3

Por lo tanto el número que se encuentra al centro de la cuadrícula es el 4.

15. Se puede resolver de la siguiente forma:

La base del triángulo mayor mide 4 cm
La altura del triángulo mayor mide 4 cm
El área del triángulo mayor mide $\frac{4 \times 4}{2}$ *= 8 cm*^{2}
La base del triángulo menor mide 4 cm
La altura del triángulo menor mide 2 cm
(la mitad de la altura del cuadrado)
El área del triángulo menor mide $\frac{4 \times 2}{2}$ *= 4 cm*^{2}



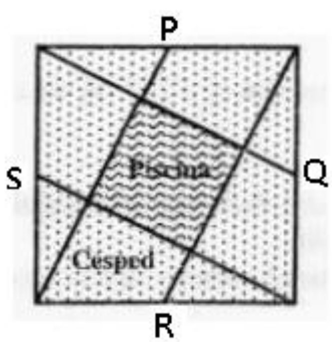
Por lo tanto, la deferencia entre las áreas del triángulo mayor y triángulo menor es el área sombreada: 8 cm^2 *– 4 cm*^{2} *= 4 cm*^{2}*.*

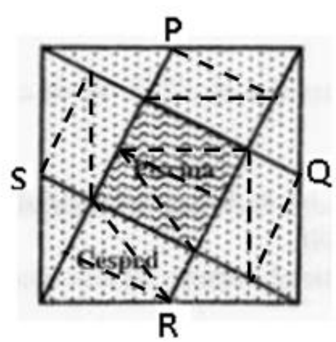
16. Se podría solucionar de esta manera:

Las tarjetas terminan con 7 del 1 al 100 son diez: 7, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87 y 97.
Por lo tanto del 1 al 1000 son cien, por lo que del 1 al 2000 son doscientas tarjetas, más la tarjeta número 2007, dan un total de 201 tarjetas.

Por la que quedan 2010 – 201 = 1809 tarjetas.
Las tarjetas terminadas en 3 del 1 al 100 son diez: 3, 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83 y 93.
Por lo tanto del 1 al 1000 son cien, por lo que del 1 al 1800 son 180 tarjetas, más la tarjeta número 1803, dan un total de 181 un tarjetas.

17. Una forma de resolverlo podría ser la siguiente:





Consiste en imaginar la figura original del cuadrado mayor, descompuesta en 20 pequeños triángulos rectángulos iguales (congruentes) entre sí, de tal manera que el cuadrado de la piscina estaría compuesto a su vez por cuatro de estos triángulos, es decir la quinta parte de los que tiene el cuadrado mayor . Como el área del cuadrado mayor es 10 m X 10 m = 100 m^2*, y el área del cuadrado de la piscina resulta ser 100 m*^{2} */ 5 = 20 m*^{2}*.*

18. Podemos resolver como sigue:

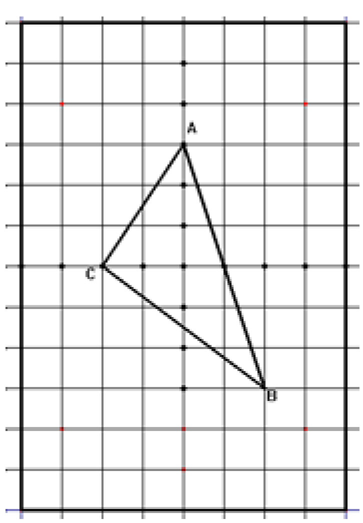
*Del 1 al 9 (números de una cifra) son 9 dígitos, del 10 al 99 (números de 2 cifras) son 90 x 2 = 180 dígitos. Llevamos 189 y para el 2010 faltan 1821 dígitos. Como siguen los números de 3 cifras, 1821 entre 3 es igual a 607 números exactamente. Del 100 al 699 van 600 números (1800 dígitos) y con los que se llevaban, van 1800 + 189 = 1989 dígitos en el 699. Con el 705 van 2007 (1989 + 6 x 3) y finalmente, con el **706** van los 2010 dígitos exactos, por lo que el dígito que ocupa la posición 2010 es el **6**.*

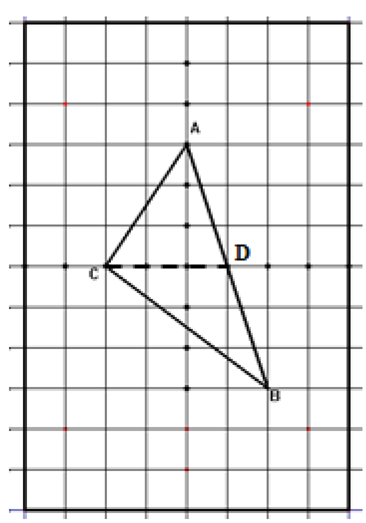
Otra variante en la solución es:
*Veamos que hasta el 17, hay 9 números de 1 dígito y 8 de 2 y el dígito 7 ocupa la posición 25, pero se nos pregunta por el dígito que ocupa la posición 2010. Esto quiere decir que continuando la numeración debemos cubrir 2010 – 25 = 1985 lugares más. Del 18 al 99 hay 82 números de dos dígitos con los cuales se cubrirán otros 82 X 2 = 164 lugares, quedando por cubrir 1985 – 164 = 1821. Del 100 hasta el 999 hay 900 números de tres dígitos, los cuales ocuparían 900 X 3 =2700 lugares, pero sólo faltan por cubrir 1821, así que podemos dividir 1821 entre 3 para ver cuántos de estos 900 números son necesarios: como 607 X 3 = 1821, los siguientes 607 números después del 99 (hasta el 706) cubrirán los siguientes 1821 lugares faltantes, siendo el dígito **6** del 70**6** el que ocupa la posición 25 + 164 + 1821 = 2010*

19. Podemos resolverlo como sigue:

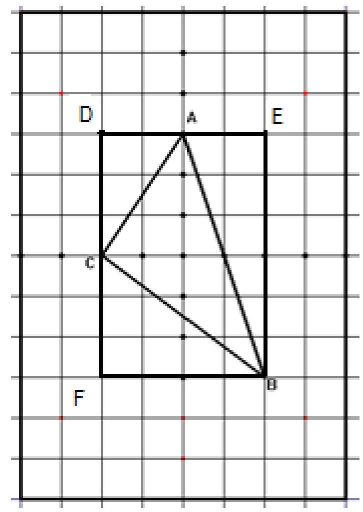
Hay que observar que el número buscado debe dividirse exactamente por los números *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Cualquier número se divide exactamente entre 1. Además cualquier número divisible entre 8 también lo es entre 4 y 2. De igual manera los números divisibles entre 9 lo es entre 3. Por otro lado si un número es divisible entre 2 y entre 3 además lo será entre 6. Así que es suficiente probar números que se puedan dividir exactamente entre 5, 7, 8 y 9. No es difícil ver que 5X7X8X9=2520 y cualquiera de sus múltiplos 2520, 5040, 7560, 10080… cumplen con esta condición. Como la clave es el menor de estos números el número buscado es 2520.*

20. Podemos resolverlo así:





Podemos imaginar el triángulo ABC como formado por los triángulos ADC y DBC, por lo que su área se puede calcular como la suma de las áreas de estos dos triángulos. En la figura observamos que ambos triángulos tienen las mismas bases y las mismas alturas iguales a 3 unidades. Entonces su área es 3X3/2 = 4.5 unidades cuadradas por lo que el área del triángulo ABC es igual a 2 X 4.5 = 9 unidades cuadradas.



Otra manera de pensar la solución al problema es imaginar el triángulo ABC inscrito en el rectángulo DEBF. Entonces el área del triángulo ABC la podemos calcular restando al área del rectángulo las áreas de los triángulos DAC, AEB y CBF.

De la figura observamos que:
El área del rectángulo DEBF es igual 4 x 6 = 24 unidades cuadradas.
El área del triángulo DAC = 2 X 3 / 2 = 3 unidades cuadradas

El área del triángulo AEB = 2 X 6 / 2 = 6 unidades cuadradas y
El área del triángulo CBF = 4 X 3 / 2 = 6 unidades cuadradas
Entonces el área del triángulo ABC es igual a
24 – 3 – 6 – 6 = 9 unidades cuadradas.

21. Se podría resolver así:

Si obtenemos fracciones con un común denominador (120), para que la suma de las fracciones originales sea igual a 1 la suma de los nuevos numeradores debe también ser igual a 120.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{60}{120}+\frac{40}{120}+\frac{30}{120}+\frac{20}{120}+\frac{15}{120}+\frac{12}{120}+\frac{10}{120}=$$
$$\frac{60+40+30+20+15+12+10}{120}=\frac{187}{120}$$

Los nuevos numeradores son: $60, 40, 30, 20, 15, 12 \text{ y } 10$ y las combinaciones de éstos que suman 120 son:

- Tomando dos numeradores, ninguna de las 21 combinaciones posibles suma 120
  (60, 40), (60, 30), (60, 20), (60, 15), (60, 12), (60, 10), (40, 30), (40, 20), (40, 15), (40, 12), (40, 10), (30, 20), (30, 15), (30, 12), (30, 10), (20, 15), (20, 12), (20, 10), (15, 12), (15, 10), (12, 10);

- Tomando 3 numeradores, sólo 1 de las 35 combinaciones posibles suma 120

  (60, 40, 30), (60, 40, 20), (60, 40, 15), (60, 40, 12), (60, 40, 10), (60, 30, 20), (60, 30, 15), (60, 30, 12), (60, 30, 10), (60, 20, 15), (60, 20, 12), (60, 20, 10), (60, 15, 12), (60, 15, 10), (60, 12, 10), (40, 30, 20), (40, 30, 15), (40, 30, 12), (40, 30, 10), (40, 20, 15), (40, 20, 12), (40, 20, 10), (40, 15, 12), (40, 15, 10), (40, 12, 10), (30, 20, 15), (30, 20, 12), (30, 15, 10), (30, 15, 12), (30, 15, 10), (30, 12, 10), (20, 15, 12), (20, 15, 10), (20, 12, 10) y (15, 12, 10)

- Tomando 4 numeradores sólo 1 de las 35 combinaciones posibles suma 120

  (60, 40, 30, 20), (60, 40, 30, 15), (60, 40, 30, 12), (60, 40, 30, 10), (60, 40, 20, 15), (60, 40, 20, 12), (60, 40, 20, 10), (60, 40, 15, 12), (60, 40, 15, 10), (60, 40, 12, 10), (60, 30, 20, 15), (60, 30, 20, 12), (60, 30, 20, 10), (60, 30, 15, 12), (60, 30, 15, 10), (60, 30, 12, 10), (60, 20, 15, 12), (60, 20, 15, 10), (60, 20, 12, 10), (60, 15, 12, 10), (40, 30, 20, 15), (40, 30, 20, 12), (40, 30, 20, 10), (40, 30, 15, 12), (40, 30, 15, 10), (40, 30, 12, 10), (40, 20, 15, 12), (40, 20, 15, 10), (40, 20, 12, 10), (40, 15, 12, 10), (30, 20, 15, 12), (30, 20, 15, 10), (30, 20, 12, 10), (30, 15, 12, 10), (20, 15, 12, 10)

- Tomando 5 numeradores ninguna de las 21 combinaciones posibles suma 120;

  (60, 40, 30, 20, 15), (60, 40, 30, 20, 12), (60, 40, 30, 20, 10), (60, 40, 30, 15, 12), (60, 40, 30, 15, 10), (60, 40, 30, 12, 10), (60, 40, 20, 15, 12), (60, 40, 20, 15, 10), (60, 40, 20, 12, 10), (60, 40, 15, 12, 10), (60, 30, 20, 15, 12), (60, 30, 20, 15, 10), (60, 30, 20, 12, 10), (60, 30, 15, 12, 10), (60, 20, 15, 12, 10), (40, 30, 20, 15, 12), (40, 30, 20, 15, 10), (40, 30, 20, 12, 10) (40, 30, 15, 12, 10), (40, 20, 15, 12, 10), (30, 20, 15, 12, 10)

- Tomando 6 numeradores ninguna de las 7 combinaciones posibles suma 120

  (60, 40, 30, 20, 15, 12), (60, 40, 30, 20, 15, 10), (60, 30, 20, 15, 12, 10), (40, 30, 20, 15, 12), (40, 30, 20, 15, 10), (40, 20, 15, 12,10), (30, 20, 15, 12, 10).

- y finalmente la única combinación posible tomando los 7 numeradores obviamente no suma 120: (60, 40, 30, 20, 15, 12)

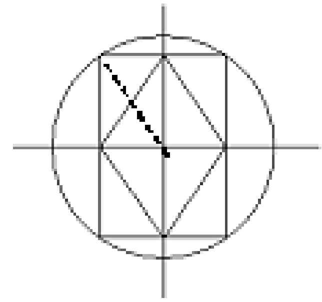
Por lo que sólo hay dos posibilidades: 60 + 40 + 30 = 120 y 60 + 30 + 20 + 10 = 120

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$, así que las fracciones a quitar de la suma original serían: $\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{12}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=1$ y en este caso se tendrían que quitar de la suma original las fracciones: $\frac{1}{3},\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{10}$

22. Una forma de resolverlo podría ser la siguiente:

Notemos que el segmento punteado es el radio del círculo por lo que su longitud es igual a la mitad de la longitud del diámetro, es decir, 5 cm. Notemos también que este segmento punteado tiene igual longitud del lado del rombo, puesto que ambos son diagonales de un mismo rectángulo. De aquí que el perímetro del rombo es igual 4 X 5 cm = 20 cm.



23. Podemos proceder de esta manera:

Para determinar cuántos de los 2000 boletos darán pasaje gratis a los usuarios, necesitamos encontrar todos los números del 1 al 2000 que dan 21 al sumar sus dígitos. Podemos proceder así:

Si ordenamos los 2000 boletos del número menor al mayor, del 1 al 9 hay 9 números de 1 dígito de éstos el mayor es el 9 por lo que ninguno de ellos será premiado. Los siguientes 90 números tienen 2 dígitos siendo el más grande 99. Como la suma de sus dígitos es 9 + 9 = 18, ninguno de éstos tampoco será premiado.

Del 100 al 999 se tienen 900 números de 3 dígitos. Para saber cuántos de ellos darán pasaje gratis a sus portadores, tenemos que determinar cuántas ternas de dígitos suman 21.

Las ternas de 3 dígitos que suman 21 son:

399, 489, 579, 588, 669, 678,777.

3, 9, 9 con la que se forman 3 números distintos: 399, 939 y 993.
4, 8, 9 con la que se forman 6 números distintos: 489, 498, 849, 894, 948 y 984.
5, 7, 9 con la que se forman 6 números distintos: 579, 597, 759, 795, 957 y 975.
5,8,8 con la que se forman 3 números: 588, 858 y 885.
6,6, 9 con la que se forman 3 números: 669, 696 y 966.
6, 7, 8 con la que se forman 6 números distintos: 678, 687, 768, 786, 867 y 876.
7, 7, 7 con la que se forma únicamente el número 777.

Es decir, de los novecientos boletos que hay del 100 al 999, 3 + 6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 =28, no pagarán boleto.

Finalmente del 1000 al 2000, tenemos 1001 números de 4 dígitos. Determinamos entonces las cuartetas que suman 21:

1, 2, 9, 9 con la que se forman 3 números distintos menores o iguales que 2000: 1299, 1929 y 1992.
1, 3, 8, 9 con la que se forman 6 números distintos menores o iguales que 2000: 1389, 1398, 1839, 1893, 1938 y 1983.
1, 4, 8, 8 con la que se forman 3 números distintos menores o iguales que 2000: 1488, 1848 y 1884.
1, 4, 7, 9 con la que se forman 6 números distintos menores o iguales que 2000: 1479, 1497, 1749, 1794, 1947 y 1974.
1, 5, 6, 9 con la que se forman 6 números distintos menores o iguales que 2000:
1569, 1596, 1659, 1695, 1956 y 1965.
1, 5, 7, 8 con la que se forman 6 números distintos menores o iguales que 2000: 1578, 1587, 1758, 1785, 1857 y 1875.
1, 5, 8, 8 con la que se forman 3 números distintos menores o iguales que 2000: 1588, 1858 y 1885.
1, 6, 7, 7 con la que se forman 3 números distintos menores o iguales que 2000: 1677, 1767 y 1776.

Es decir, de los 1001 boletos que hay del 999 al 2000, 3 + 6 + 3 + 6 + 6 + 6 + 3 + 3 =36, no pagarán pasaje.

De lo anterior podemos concluir que de los 2000 boletos sólo 28 + 36 = 64 son los premiados.

Otra forma de pensar la solución es la siguiente:

Del 1 al 300, no hay números cuyos dígitos suman 21.
Del 301 al 400, hay 1 número: 399.
Del 401 al 500, hay 2 números: 489 y 498.
Del 501 al 600, hay 3 números: 579, 597 y 588.

Continuando de la misma manera, del 901 al 1000 hay 7 de estos números: 939, 948, 957, 966, 975, 984 y 993.

Es decir, del 1 al 1000, en total se tienen 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 números con esta característica.

Del 1001 al 1200 no tenemos números cuyos dígitos suman 21.
Del 1201 al 1300, hay 1 número: 1299.
Del 1301 al 1400, hay 2 números: 1389 y 1398.
Del 1401 al 1500, hay 3 números: 1479, 1488 y 1497.

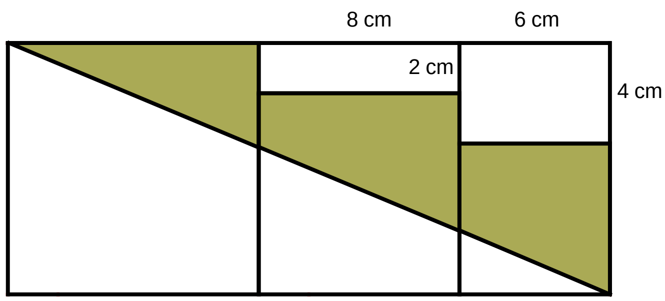
Continuando de igual forma, del 1901 al 2000 hay 8 de estos números: 1929, 1938, 1947, 1956, 1965, 1974, 1983 y 1992.

Esto es, del 1001 al 2000, en total se tienen 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 números con esta característica.

Así que de los 2000 boletos 28 + 36 = 64 no pagarán pasaje.

24. Una manera de resolverla puede ser esta:

El área de la parte sombreada es igual al área de un triángulo rectángulo de catetos 10 cm y 24 cm, menos el área de dos rectángulos, uno de 2 cm X 8 cm y otro de 4 cm X 6 cm.



Por lo tanto, el área de la parte sombreada es 120 cm2 – (16 cm2 + 24 cm2) = 80 cm2.

25. Podríamos proceder así:

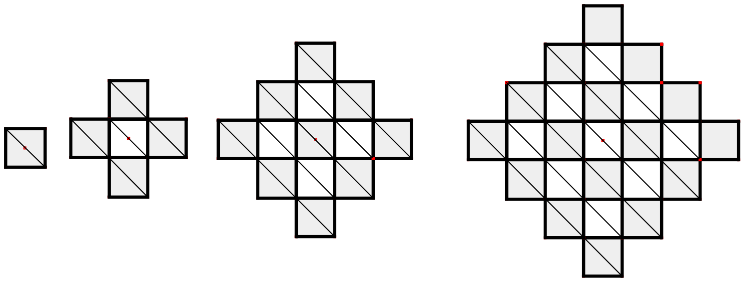
El número de cuadraditos en cada figura es 1, 5, 13, 25, respectivamente. Observemos que la segunda figura tiene el mismo número de cuadraditos de la primer figura más 4, es decir, 1 + 4 = 5 cuadraditos; la tercera figura tiene el mismo número de cuadraditos que la segunda figura más 8, es decir, 5 + 8 = 13 cuadraditos; la cuarta figura tiene el mismo número de cuadraditos que la tercera figura más 12, es decir, 13 + 12 cuadraditos y así sucesivamente, siempre aumentando progresivamente a los cuadraditos de la figura anterior un múltiplo de 4 de cuadraditos, esto se puede escribir así:

$$
\begin{aligned}
1 &= 1 + 4(0) \\
5 &= 1 + 4(0) + 4(1) \\
13 &= 1 + 4(0) + 4(1) + 4(2) = 1 + 4(1 + 2) \\
25 &= 1 + 4(0) + 4(1) + 4(2) + 4(3) = 1 + 4(1 + 2 + 3) \\
41 &= 1 + 4(0) + 4(1) + 4(2) + 4(3) + 4(4) = 1 + 4(1 + 2 + 3 + 4).
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, el número de cuadraditos en la figura 20 será:

$$1 + 4(1 + 2 + 3 + \cdots + 19) = 1 + 4\left(\frac{19\times 20}{2}\right) = 1 + 4(190) = 761$$

Otra manera de resolver es observar que en cada figura podemos contar los cuadraditos que están sobre las diagonales:



La primera figura tiene una diagonal con 1 cuadradito (gris), es decir, 1 X 1 = 1 cuadradito en total; la segunda figura tiene 2 diagonales con un 2 cuadraditos (grises) y una diagonal con 1 cuadradito (blanco), es decir, (2 X 2) + (1 X 1) = 5 cuadraditos ; la tercera figura tiene tres diagonales con 3 cuadraditos (grises) y dos diagonales con 2 cuadraditos (blancos), es decir, (3 X 3) + (2 X 2) = 13 cuadraditos en total; la cuarta figura tiene 4 diagonales con 4 cuadraditos (grises) y tres diagonales con 3 cuadraditos (blancos), es decir, (4 X 4) + (3 X 3) = 25 cuadraditos en total. Luego, la figura número veinte deberá tener veinte diagonales con 20 cuadraditos (grises) y diecinueve diagonales con 19 cuadraditos (blancos), es decir,

(20 X 20) + (19 X 19) = 400 + 361 = 761 cuadraditos en total.

26. Una forma de resolverlo podría ser esta:

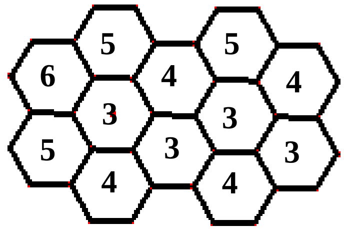
El 20% de 320 coches son 64 coches. Como cada uno de éstos clientes le dio $10, entonces por esos 64 coches ganó 640 pesos. El 50% de los 256 coches que quedan son 128 coches, y la mitad de éstos son 64 coches. Como cada uno de los dueños le dio $20, entonces por ellos recibió 20 X 64 = 1,280 pesos. Por lo tanto en total recibió 640 + 1280 = 1,920 pesos.

27. Se puede resolver de la siguiente manera:

De las 7: 00 A.M. a las 2: 34 P:M: han transcurrido 27, 240 segundos. Si dividimos el número de segundos entre 45 + 4 + 30 = 79, obtenemos 344 ciclos de verde-rojo, y sobran 64 segundos, de los cuales el semáforo estará 45 segundos en verde, 4 segundos en amarillo y los últimos 15 segundos en rojo. Por lo tanto, a las 2: 34 P.M. el semáforo estará en rojo.

28. Podríamos resolverlo así:

Observemos que para formar la primera columna del “panal” de 7 hexágonos se utilizaron 11 palitos; para formar la segunda columna se utilizaron 12 palitos y para la tercera se usaron 7 palitos. Para la cuarta columna del “panal” de 12 hexágonos se utilizaron nuevamente 12 palitos. A partir de aquí el patrón se repite. Ahora bien, para que nuestro “panal” tenga 37 hexágonos, necesitamos 25 hexágonos más que los 12 que tenemos en la segunda figura, es decir, 5 veces patrones de columnas con 3 y 2 hexágonos.



Luego tendremos los 11 palitos iniciales y para cada patrón de 5 hexágonos necesitamos 19 palitos. Por lo tanto, en total necesitaremos 11 + (7 X 19) = 144 palitos.

29. Lo podemos resolver de esta manera:

Para asegurar que se seleccionaron al menos dos pelotas de cada color, debemos sacar al menos 20 + 9 +2 = 31 pelotas. Observemos que si sacamos 30 pelotas podríamos sacar las 20 amarillas, las 9 rojas y una azul, por lo que no tendríamos un par de cada color.

30. El lado del cuadrado mide $\frac{24\ cm}{4} = 6\ cm$. Luego los rectángulos de las piezas de cartulina, por ser iguales entre sí, miden 2 cm de base y 6 cm de altura. Así que el único rectángulo posible, al colocar las mismas 3 piezas de cartulina en forma horizontal, una detrás de otra, mide 18 cm de base y 2 cm de altura y su perímetro

$(2 \times 18\ cm) + (2 \times 2\ cm) = 36\ cm + 4\ cm = 40\ cm$.